

MATTEO MARTELLI – GIUSEPPE ROSSI

PACIOLI 2017
IL MAESTRO DI CONTABILITÀ, IL MATEMATICO,
IL FILOSOFO DELLA NATURA

Il cinquecentenario della morte di Luca Pacioli sarà ricco di avvenimenti, di iniziative e di studi. Se il 1994 è stato l'anno delle celebrazioni del maestro di matematica e di ragioneria, il 2017 dedica una specifica attenzione alla figura dell'intellettuale, una delle "menti più illuminate e feconde" (Esteban Hernández-Esteve), espressione della civiltà del Rinascimento italiano fra XV e XVI secolo.

Il Centro Studi "Mario Pancrazi" ha promosso nell'ultimo decennio una serie di incontri, ha organizzato seminari e convegni, ha pubblicato saggi e ricerche che hanno arricchito l'immagine del frate e ne hanno definito con maggiore consapevolezza il profilo intellettuale. Nel 2009 il Cinquecentenario del *De Divina Proportione* è stato celebrato con un convegno di studi a Sansepolcro. I lavori del II Incontro Internazionale (Sansepolcro – Perugia – Firenze, 17, 18 e 19 giugno 2011) sono stati raccolti nel volume *Before and after Luca Pacioli*. Sul tema dei rapporti tra Leonardo da Vinci, Luca Pacioli e la Valtiberina il volume del 2012 ha fornito suggestioni e motivi per una nuova interpretazione della presenza del Vinciano nella Valle del Teve-

re. Nel 2014 e nel 2015 Luca è tornato a Milano e gli esiti degli studi e dei confronti sviluppatisi nel salone napoleonico del palazzo dell'Accademia di Brera sono stati raccolti in due volumi, editi rispettivamente nel 2015 e nel 2016. A Lisbona, nei giorni 18 e 19 giugno 2015, si è svolto il IV Incontro Internazionale dedicato a Luca Pacioli; il X Encuentro, dedicato a Esteban Hernández-Esteve, a Las Palmas de Gran Canaria nel 2016 (13 e 14 ottobre) ha riservato al frate del Borgo un grande rilievo, confermando il riconoscimento di cui gode a livello mondiale.

Il 2017 celebra il cinquecentenario della morte del frate matematico (fig. 1), nato a Sansepolcro tra l'ottobre del 1446 e l'ottobre del 1448 e morto, probabilmente nella città natale, tra il 15 aprile e il 6 luglio 1517. Nella sacrestia di Santa Croce a Firenze si conserva una memoria particolare: il *necrologium*, che segna nel giorno 19 giugno 1517 la morte del frate del Borgo. Il documento, inoltre, ricorda la figura del grande intellettuale che “per primo dette all'algebra linguaggio e struttura di scienza, dettò opere di matematica, consultato da Leonardo da Vinci, morì forse in patria a 70 anni”.

Le Celebrazioni ¹ presentano un calendario ricco di appun-

¹ Le Celebrazioni del Cinquecentenario della morte di Luca Pacioli (1517-2017) si svolgono sotto l'Alto Patronato del Presidente della Repubblica; con la partecipazione al Comitato d'onore dei rappresentanti delle massime Istituzioni repubblicane italiane, degli enti culturali nazionali, delle università e delle accademie, di associazioni come AECA, APOTEC, Società Italiana di Storia delle Ragioneria, Istituto Nazionale di Alta Matematica, Istituto Internazionale di Storia Economica F. Datini, Il Giardino di Archimede; l'impegno del Comune di Sansepolcro, del Comune di Firenze, del Comune di Urbino, del Comune di Perugia e delle Regioni Toscana, Marche e Umbria; l'organizzazione di associazioni come il Centro Studi “Mario Pancrazi”, la Fondazione Piero della Francesca, l'Accademia Petrarca di Scienze, Lettere e Arti, l'Associazione Storica dell'Alta Valle del Tevere, l'Associazione Progetto Valtiberina, il Lions Club di Sansepolcro, gli Istituti scolastici della Valtiberina; il contributo di Aboca, Banca di Credito Cooperativo di Anghiari e Stia, Fondazione Cassa di Risparmio di

Fig. 1 *Ritratto di Luca Pacioli, attribuito a Jacopo de' Barbari* (1495, Napoli, Museo di Capodimonte).



Fig. 2 *Le Mostre a Sansepolcro nel quinto centenario della morte di Luca Pacioli.*

Piero della Francesca e SANSEPOLCRO

Piero della Francesca è in mostra a Milano con la Madonna della Misericordia fino all'8 gennaio 2017, ma si aspetta in primavera a Sansepolcro nella sua Casa natale, nel Museo Civico con il Polittico della Misericordia, la Resurrezione di Cristo, gli affreschi del San Giuliano e San Ludovico e due mostre aperte fino al 5 novembre, la prima nel segno di Roberto Longhi, dedicata a Piero e Caravaggio, e la seconda, tra Piero e Leonardo dedicata a Luca Pacioli nel quinto centenario della morte.

Nel segno di Roberto Longhi PIERO E CARAVAGGIO
a cura di M. Cristina Bandera
4 febbraio - 4 giugno 2017

Roberto Longhi (1896-1978), una delle personalità più affascinanti della storia dell'arte del XX secolo, fu fortunato a legare il suo nome a Caravaggio e a Piero della Francesca. Un indimenticabile lavoro di M. Cristina Bandera: maestro, lucido studioso e collezionista, tentò da acquirente per la propria "scuola" nel 1938 il pagamento di un armento. Affermò l'autenticità della realtà, da lui detto "il primo pittore dell'età moderna", il grande critico diede una vita di studi, a partire dalla tesi universitaria, discussa nel 1911. Uno dei suoi più importanti monografi pubblicati nel 1952. Su Piero della Francesca Longhi scrisse nel 1927 una monografia allora insuperabile, anticipata dal bellissimo saggio del 1914, "Piero della Francesca e lo sviluppo della pittura veneziana", impressionabile per l'innocente lettera del pittore di Borgo Sansepolcro.

LUCA PACIOLI TRA PIERO E LEONARDO

a cura di Stefano Zuffi
10 giugno - 5 novembre 2017

Il Museo di Sansepolcro presenta una preziosa selezione di dipinti, disegni, rare edizioni a stampa, tante figure per ripercorrere la figura, il ruolo e l'attività di Luca Pacioli nel passaggio tra il XV e il XVI secolo, in coincidenza con il quinto centenario della morte (1517). Matematico, filosofo, ingegnere, disegnatore, maestro di scacchi, docente universitario di tutta Europa, Luca Pacioli propone una visione del mondo basata su una generosità senza limiti, ma radicata nelle necessità di interpretare un mondo che cambia, e ci porta dalle solenni certezze di Piero della Francesca al turbato monumentalismo di Leonardo Giustiniani e le ricerche di Luca Pacioli, soprattutto nel campo della rappresentazione dei solidi geometrici, vengono infatti attentamente studiati dai più grandi artisti del suo tempo, fra cui anche Albrecht Dürer.

Sansepolcro, la città di Piero della Francesca e Luca Pacioli

Posti ai piedi dell'altare: il tempio rinascimentale, Sansepolcro domina l'Alta Valle del Tevere, che si apre in un vasto anfiteatro mortuaria e collinare. Tra il Tevere e il Casentino Sansepolcro occupa il periodo di massimo splendore. Ne è testimonianza il centro storico della città, dissesto dalla cinta muraria delimitata dalle cattedrali di Ferruccio Buonaiuti e dalla Fortezza di Giuliano da Sangallo, e caratterizzato dall'eleganza e raffinatezza degli elementi architettonici del palazzo rinascimentale rinascimentale e delle chiese con i loro altari corrispondenti.

Piero della Francesca, Polittico della Misericordia, Sansepolcro, Museo Civico
Michelangelo Merisi detto il Caravaggio, Ragazzo con cane, Sansepolcro, Firenze, Fondazione Roberto Longhi
Leonardo da Vinci, Studio per una casa di Luca Pacioli, Milano, Civico Gabinetto dei Disegni del Castello Sforzesco

tamenti di grande rilievo: una Mostra *Luca Pacioli tra Piero e Leonardo* (10 giugno-5 novembre 2017), che avrà luogo nel Museo Civico e nella Casa di Piero a Sansepolcro (fig. 2); i giochi matematici (27 aprile 2017) che coinvolgeranno gli studenti dei bienni degli Istituti scolastici superiori; una borsa di studio che premierà il migliore lavoro di ricerca tra quelli svolti dai giovani su Luca Pacioli; il convegno internazionale di studi (Sansepolcro, Urbino, Perugia, Firenze, 14, 15, 16, 17, giugno 2017), a cui parteciperanno i maggiori esperti dell'opera pacioliana a livello mondiale; il seminario a Perugia (14 ottobre) sulla anastatica dell'edizione a stampa della *Divina proporzione*; una giornata di studi (17 novembre) ad Assisi; un incontro all'Università Cattolica di Milano; una 'tre giorni' (12-13-14 ottobre 2017) dedicata all'aggiornamento professionale dei docenti di matematica; la pubblicazione, in cinque lingue (italiano, inglese, spagnolo, portoghese, tedesco), della monografia che Argante Ciocci ha dedicato alla vita e alle opere del frate; la cura e la pubblicazione della copia anastatica della stampa del 1509 del *De Divina Proportione*.

1. La vita del frate del Borgo è paradigmatica. Non solo perché ci documenta gli studi e le esperienze culturali che segnano le varie fasi della crescita giovanile e dell'impegno del maestro di contabilità e di matematica, ma soprattutto perché ci descrive la mappa delle 'peregrinazioni', i trasferimenti per ragioni di studio, di insegnamento e di lavoro oltre che per seguire direttamente la stampa di quelle opere di ragioneria, di matematica e di filosofia che da cinquecento anni sono riferimento costante, a livello mondiale, della scienza dei numeri e dello sviluppo del pensiero critico. La prima formazione ha luogo nella cit-



Fig. 3 Dedica del *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionibus* (Paganino de' Paganini, Venezia, 1494).

tà natale, dove Luca apprende il latino in Via della Fraternita, nella scuola di grammatica del maestro Matteo di ser Paolo, ed è avviato alle pratiche commerciali in casa dei Bofolci, che lo accolgono dopo la morte del babbo Bartolomeo (1459) e lo inviano a Venezia a studiare e a rappresentare la famiglia adottiva. Nella città lagunare si mette in evidenza come precettore dei figli di Antonio Rompiasi (all’“ombra paterna e fraterna in loro propria casa”), segue i corsi di matematica tenuti da Domenico Bragadino nella scuola di Rialto, impara il sistema di tenere i conti alla maniera veneziana, riconosce e ammira i valori della ricerca artistica locale, la proporzione e la raffinatezza delle opere dipinte nella città dei Dogi che “non humane, ma divine negli ochi nostri s’apresentano”.

“Peregrinando per diversi paesi”, nel 1466 partecipa alla festa di san Giorgio a Ferrara; nel 1470 è ospite di Leon Battista Alberti a Roma; dal 1477 al 1480 insegna matematica nell’ateneo perugino; nel 1481 si reca a Zara per motivi di studio; negli anni 1485-87 soggiorna a Firenze; dal maggio 1487 all’aprile del 1488 svolge il secondo incarico di docente di matematica a Perugia; nel 1488-89 insegna a Roma; forse nel 1488-90 a Napoli; nel 1494 è a Venezia per la stampa della *Summa*; dal 1496 al 1499 insegna nelle scuole palatine “ali stipendi” di Ludovico il Moro a Milano, dove incontra Leonardo da Vinci, di cui diventa amico, maestro e sodale. Con il Vinciano torna in Toscana, a Firenze (1499). Dal 1500 al 1506 insegna matematica nello *Studium* di Firenze, dal 1501 al 1502 è registrato nei *rotuli* dell’Università di Bologna come docente di matematica. Nel 1508 torna a Venezia, dove lavora alla stampa del *De Divina Proportione* (1509) e degli *Elementi* di Euclide. Agli anni 1510-1511 risale il terzo incarico di insegnamento a Perugia. Dal 1514 al 1515 si colloca il ritorno a Roma, nella città di papa Leone X, dove rivede gli amici ‘milanesi’, Leonardo e Braman-

te, e dove certamente è affascinato dall'opera michelangiolesca e non rinuncia a qualche contatto con Raffaello da Urbino. Negli intervalli tra un viaggio e l'altro, negli interstizi di tante permanenze nelle maggiori città dell'epoca si collocano i ritorni a Sansepolcro, i rapporti con i familiari e con i due fratelli, Ambrogio e Ginepro, entrati come lui nell'Ordine di San Francesco, le controversie con i frati del convento, i legami profondi con la città e il grande maestro di Sansepolcro: Piero della Francesca² (1412?-1492).

2. Tra i meriti di Luca Pacioli è da segnalare la scelta di seguire personalmente e di collaborare alla stampa delle sue opere, in particolare della *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* (1494, c/o Paganino de' Paganini, Venezia - fig. 3) e del *De Divina Proportione* (1509, c/o Paganino de' Paganini, Venezia - fig. 4). Luca intuì la portata culturale della rivoluzione della stampa a caratteri mobili. Comprese che l'invenzione di Johannes Gutenberg (1394/98-1468) avrebbe trasformato il mondo della comunicazione e consentito la diffusione delle conoscenze scientifiche ad una velocità impensabile ai primi del Quattrocento, avrebbe permesso la pubblicazione di libri a costo contenuto e, soprattutto, avrebbe promosso la circolazione del sapere anche presso gli strati sociali che non avevano accesso alla cultura dei manoscritti. Difatti, nel 1478 a Treviso viene stampata *Larte de labbacho* e nel 1482 l'editore

² Cfr. E. ULIVI, *Luca Pacioli - Una biografia scientifica*, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, a cura di E. Giusti - C. Maccagni, Firenze 1994; E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli, Piero della Francesca e Leonardo da Vinci, con alcuni autografi*, in «Bollettino di storia delle Scienze matematiche», 29/1, 2009; J. BANKER, *Piero della Francesca e Luca Pacioli: Maestro e Allunno*, in *Luca Pacioli e i grandi artisti del Rinascimento italiano*, a cura di M. Martelli, Umbertide 2016; A. CIOCCI, *Luca Pacioli - La Vita e le Opere*, Umbertide 2017.

Erhard Radtolt pubblica a Venezia l'*editio princeps* dell'opera di Euclide: gli *Elementa in artem geometriae et Campani commentationes*. Nella città lagunare anche Aldo Manuzio³, pubblica opere scientifiche: nel 1499 (*Scriptores astronomici veteres greci et latini*) e nel 1501 (Giorgio Valla, *De expetendis et fugiendis rebus opus*). L'Editore Paganino de' Paganini, che era lo stampatore a servizio dell'Università di Padova, sempre a Venezia – che allora era una delle capitali europee della stampa – nel 1494 pubblica la *Summa* pacioliiana, un prestigioso incunabolo nella storia della tradizione editoriale italiana. Argante Ciocci⁴ ha giustamente sottolineato il ruolo del Frate del Borgo nella

³ Nel triennio 1495-97 si stampano 1821 libri nel vecchio continente, ma a Venezia se ne pubblicano 447 (a Parigi 181, a Lione 95), cioè il 40%. E il protagonista principale è l'editore Aldo Manuzio. Nato a Bassiano nel Lazio forse nel 1450, studia nella città dei papi, dove frequenta gli ambienti vicini al cardinale Bessarione, segue studi umanistici, che approfondisce negli anni successivi, vissuti tra Ferrara e Carpi. Nel 1498 è a Venezia dove si ammalia di peste, ma guarisce. Nel ventennio veneziano dedica tutte le sue energie a stampare grammatiche (greche, latine, ebraiche), classici latini e greci, le *Epistole* di Santa Caterina, libri in arabo e in ebraico, testi in volgare italiano. Insegna latino e greco, è maestro di Giovanni Pico della Mirandola. In collaborazione con umanisti come Pietro Bembo ed Erasmo da Rotterdam svolge un'attività intellettuale di primo piano. Dal 1495 al 1515, anno della sua morte (6 febbraio), stampa una quantità di libri impressionante, tenuto conto soprattutto del fatto che per comporre soltanto tre pagine era necessario un intero giorno di lavoro. Con il logo del delfino che si avvinghia all'ancora, Aldo Manuzio pubblica 132 libri, di cui 34 classici latini e 39 greci, 8 testi in volgare italiano, 20 opere in latino di autori contemporanei, 18 manuali scolastici. Usa il carattere tondo (detto *romano*), inventa il corsivo (detto *italic*), pubblica per primo i *libelli portatiles* (i moderni tascabili), introduce la punteggiatura, l'uso degli apostrofi, degli accenti, del punto e virgola. Tra le sue maggiori edizioni si ricordano: gli *Adagia* di Erasmo da Rotterdam e il *Polifilo* (*Hypnerotomachia Poliphili*), ritenuto il più bel libro nella storia della stampa. Si tratta di un'opera "lasciva e pagana", "sfolgorante e lussuosa", scritta da un frate domenicano (fra' Francesco Colonna). Dal punto di vista editoriale è un'opera d'arte: le 172 incisioni che abbelliscono le 234 carte *in folio* hanno fatto pensare alla mano di un grande pittore (Andrea Mantegna?, Giovanni Bellini?).

⁴ Cfr. Ciocci, *Luca Pacioli - La Vita e le Opere* cit., pp. 311-17.

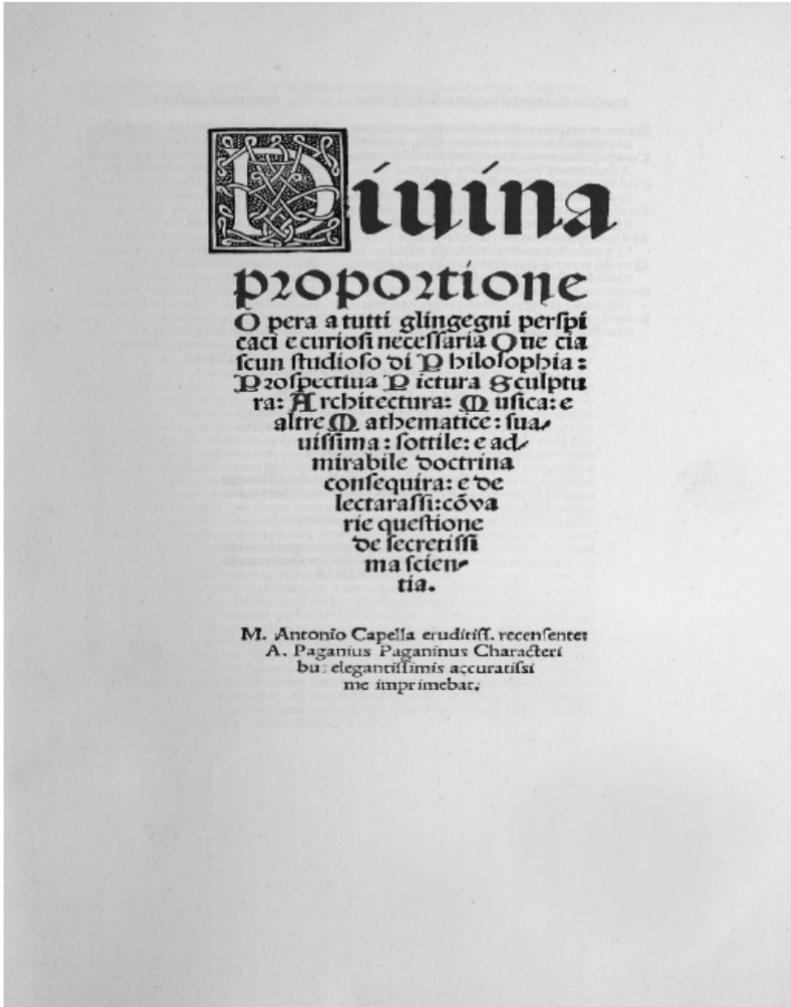


Fig. 4 Frontespizio del *De Divina Proportione* (Paganino de' Paganini, Venezia, 1509, ed. a stampa).

stampa della *Summa*, la monumentale enciclopedia della ragioneria e della matematica del Rinascimento italiano. Pacioli ha seguito l'impaginazione; ha corretto via via le bozze; ha curato schemi grafici, tabelle, diagrammi e figure, come testimoniano il ricorso alla capolettera xilografica (fig. 5) e, per l'opera del 1509, le lettere capitali (fig. 6), le tavole xilografiche e quelle architettoniche (fig. 7).

3. Il rapporto di Luca Pacioli con l'arte, le relazioni tra il francescano ragioniere e i grandi artisti del Rinascimento sono stati studiati dal Centro Studi "Mario Pancrazi"⁵. L'amicizia e le relazioni umane tra il matematico e il grande Vinciano sono stati oggetto di specifici convegni e pubblicazioni. E non sono mancate incursioni sulle frequentazioni albertiane, sulle possibili intersezioni tra la matematica pacioliiana e l'opera figurativa dell'Urbinate. Resta sempre di attualità il riconoscimento del "debito" del Frate del Borgo verso l'opera teorica di Piero della Francesca.

È nota l'accusa di plagio sostenuta dal Vasari⁶ e sono ancora riscontrabili gli effetti delle sue parole ad apertura della biografia pierfrancescana. Ma sul tema dei rapporti Luca-Piero è necessario ritornare. Lo ha promesso lo studioso belga Albrecht Heffer, che nella giornata di apertura del convegno internazionale, a Sansepolcro il 14 giugno 2017, illustrerà il tema che ci sta a cuore: *The mathematics of Luca Pacioli: appropriation*,

⁵ Cfr. *Leonardo da Vinci e la Valtiberina*, a cura di Matteo Martelli, Selci-Lama 2012; *Luca Pacioli a Milano*, a cura di Matteo Martelli, Umbertide 2014; *L'Umanesimo nell'Alta Valtiberina*, a cura di A. Czortek - M. Martelli, Umbertide 2015; *Luca Pacioli e i grandi artisti* cit.

⁶ Cfr. G. VASARI, *Vita di Piero della Francesca. Pittore dal Borgo Sansepolcro*, dalle *Vite scelte di Giorgio Vasari*, a cura di A. M. Brizio, Torino 1964, pp. 213-224.

not plagiarism [La matematica di Luca Pacioli: appropriazione, non plagio]. Intanto, partiamo dagli studi richiamati (cfr. nota 5), a cominciare da quanto riferisce James Banker, che al tema si è dedicato con la riconosciuta cura e l'apprezzato scrupolo filologico. Già nel 2009 Banker è intervenuto sull'argomento ⁷, che ha ripreso recentemente ⁸. Occorre ammettere che sui rapporti Piero-Luca conosciamo un solo documento, citato da Elisabetta Ulivi ⁹, secondo cui i due concittadini, nel convento di San Francesco a Sansepolcro, il 20 settembre 1484 hanno assistito alla stesura di un atto notarile. La tradizione locale, invece, rafforzata nell'800 da interpretazioni come quella di Angelo Tricca (fig. 8), ha raccontato di Luca allievo di Piero, il quale gli avrebbe insegnato i rudimenti dell'abaco e le basi della geometria. Del resto il Pacioli è sembrato confermare tali convinzioni, visto che il frate matematico non ha tralasciato di esprimere una grande ammirazione per il conterraneo, di cui dichiara di conoscere e apprezzare l'opera artistica, dimostrando una precisa cognizione dei suoi scritti matematici, tanto da riportare nella *Summa* la sezione sui poliedri del manoscritto pierfrancescano del *Trattato d'abaco*, e nel *De Divina Proportione* il *Libellus de quinque corporibus regularibus* di Piero, traducendolo in lingua volgare. Luca nella *Summa* elogia Piero come "il monarca ai tempi nostri della pittura maestro" e nel *De Divina Proportione* lo esalta come intellettuale e artista capace di unire "la matematica, l'architettura e la pittura", e, soprattutto, come grande maestro della prospettiva geometrica nell'arte e autore del libro "de pro-

⁷ Cfr. J. BANKER, *Luca Pacioli e Piero della Francesca*, in *Pacioli 500 anni dopo*, a cura di E. Giusti - M. Martelli, Selci-Lama 2010.

⁸ IDEM, *Piero della Francesca e Luca Pacioli: Maestro e Allievo*, in *Luca Pacioli e i grandi artisti del Rinascimento italiano*, op. cit., pp. 44-70.

⁹ Cfr. E. ULIVI, *Documenti inediti su Luca Pacioli, Piero della Francesca e Leonardo da Vinci, con alcuni autografi*, op. cit., p. 45.

spectiva pingendi” che si trova “in la degnissima biblioteca de lo illustrissimo Duca d’Urbino”. Luca ha chiara consapevolezza che Piero è un eccelso matematico, un genio nell’arte figurativa e nella geometria, ed è profondamente convinto che il Pittore del Borgo è grande maestro di prospettiva e grande sostenitore della “proporzione” come misura di tutte le cose.

Nel saggio del 2016 Banker torna sull’esame del rapporto Piero-Luca, si chiede se il frate sia mai stato allievo del pittore, conduce una disamina attenta e scrupolosa, ma conclude che Piero e Luca non ebbero che minimi contatti, aggiungendo che Piero non ha influenzato l’opera di Luca, benché il frate abbia attinto a piene mani dai manoscritti del pittore della *Resurrezione*.

4. All’esame dell’amicizia e della cooperazione tra Leonardo da Vinci e Luca Pacioli il Centro Studi “Mario Pancrazi” ha dedicato molte energie, studi, ricerche, seminari e convegni ¹⁰. Bernardino Baldi (1533-1617), raffinato umanista urbinato, ricostruendo la biografia pacioliiana ¹¹, sottolinea che il frate del Borgo ebbe scambi con pittori, scultori, architetti, e in particolare con Piero della Francesca, che sarebbe l’autore del discusso “Doppio ritratto” (cfr. fig. 1), conservato al Museo di Capodimonte a Napoli, ma allora presente nel Palazzo Ducale di Urbino, e con Leonardo da Vinci, che “disegnò” e “intagliò” le

¹⁰ Cfr. i volumi citati: *Leonardo da Vinci e la Valtiberina*; *Luca Pacioli a Milano*; *L’Umanesimo nell’Alta Valtiberina*; *Luca Pacioli e i grandi artisti del Rinascimento italiano*. Cfr. anche il volume di Argante Ciocci, *Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo*, Sansepolcro 2009.

¹¹ Cfr. B. BONCOMPAGNI, *Intorno alle vite inedite di tre matematici (Giovanni Sank di Sassonia, Giovanni de Lineriis e Fra Luca Pacioli da Borgo San Sepolcro) scritte da Bernardino Baldi*, estratto dal “Bollettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche” diretto da B. Buoncompagni, a. XII (1879), pp. 421-427, Forni editore, Bologna, 1879. Cfr. anche *Mario Pancrazi, Luca Pacioli e il fascino delle “matematiche”*, a c. di Francesca Buttazzo, Selci-Lama 2005.



Fig. 5 Capolettera xilografica, Lettera L, affiancata dalla figura di Luca Pacioli.

Fig. 6 Lettera "A", dall'Alphabeto Dignissimo Antiquo di Luca Pacioli.

“figure” (i solidi) che arricchiscono i manoscritti e l’edizione veneziana (1509) del *De Divina Proportione*. In effetti, Luca conosce Leonardo a Milano, ne ammira il ‘genio’, stringe con lui una bella amicizia, lo avvia allo studio della matematica e del latino, frequenta insieme a lui l’ambiente di corte milanese, conosce artisti e scienziati, partecipa ai ‘duelli scientifici’ come quello che si svolse il 4 febbraio 1498 alla presenza del Duca Ludovico Sforza e di esimi personaggi come Galeazzo Sanseverino, l’astrologo Ambrogio Rosa, i medici Alvise Marliani e Gabriele Pirovano, gli scienziati Niccolò Cusano e Andrea Novarese. Il frate del Borgo racconta l’episodio nelle prime pagine del *Compendium de divina proportione*, trascritto in tre codici¹², miniati e corredati con le tavole di 60 solidi realizzate sulla base dei disegni di Leonardo da Vinci (figg. 9/10). Il tema del duello fu la “Divina Proportione”, indicata poi come “sezione aurea”¹³, cioè quel rapporto di particolare armonia, riscontrabile nelle sculture di Skopas e Prassitele e nell’architettura del Partenone, teorizzato da Euclide nel XIII libro degli *Elementi* e ripreso con lucidità dal frate del Borgo. Gli effetti del “rapporto aureo” sono discussi dal Pacioli nel *Compendium*, e si riscontrano nei disegni dei solidi, che illustrano i tre codici del testo pacioliano, e nel *Cenacolo* (fig. 11), affrescato da Leonardo nel refettorio della chiesa delle Grazie a Milano (1495-1497). Leonardo apprezza il magistero del francescano matematico, ne acquista la *Summa* (spende 119 soldi) e impara “la moltiplicazione de la radice da maestro Luca”¹⁴. Con il frate lascia Milano all’arrivo

¹² I tre codici erano dedicati a Ludovico il Moro (quello conservato nella Biblioteca Ambrosiana), a Galeazzo Sanseverino (quello conservato nella Biblioteca civica di Ginevra) e a Pier Soderini (andato perduto).

¹³ Cfr. M. LIVIO, *La sezione aurea. Storia di un numero e di un mistero che dura da tremila anni*, Milano 2003.

¹⁴ Cfr. ULIVI, *Una biografia scientifica* cit., p. 25.

dei Francesi, passa per Mantova e Venezia, raggiunge prima Firenze e poi la Valdichiana e la Valtiberina, per puntare al seguito di Cesare Borgia prima su Urbino e poi su Cesena. L'amicizia e la stima tra i due "compatrioti" toscani continuano a Firenze nei primi anni del Cinquecento. Dopo il 1506 i loro incontri diventano rari. Restano i ricordi entusiasti del Frate, affidati alle sue opere: nel *Tractato del'architectura* afferma che ai "disegni" e alle "figure" di Leonardo da Vinci fiorentino "mai con verità fo homo che li potesse oponere", e nella dedicatoria del *De viribus quantitatis* afferma che le "supreme et legiadriissime figure de tutti li platonici et matematici corpi regolari et dependenti ... non è possibile al mondo farli meglio ... facte e formate per quella ineffabile senistra mano a tutte discipline matematici accomodatissima del principe oggi fra mortali, pro prima fiorentino, Lionardo nostro da Venci in quel felici tempo ch'insiemi e a medesimi stipendii nella mirabilissima città di Milano ci trovammo" ¹⁵. Resta la memoria che il Vinciano conserva del Frate e registra ad esempio nel *Codice Atlantico*. Perché il magistero pacioliano non era passato invano; anzi aveva inciso profondamente nella sensibilità e negli interessi di Leonardo.

5. Luca Pacioli nel 1470-1471 è ospite di Leon Battista Alberti, a Roma, "in proprio domicilio con lui a sue spese sempre ben trattato". Gode, perciò, delle migliori condizioni per conoscere e valutare del "patriota fiorentino" la "grandissima perspicacia e dottrina in umanità e retorica, come apare pel suo alto dire ne la sua opera de architettura". La conoscenza dell'uomo, dell'intellettuale, dell'opera e del pensiero albertiani influenza profondamente il giovane Luca, che farà tesoro di questa esperienza ro-

¹⁵ Ivi, p. 63.

mana. Come ha sostenuto Francesca Chieli ¹⁶, nel corso del suo contributo al seminario pacioliano a Brera (Milano, 23 marzo 2015), Pacioli ha contratto un significativo debito nei confronti dell'Alberti, e sul suo esempio si è mosso nella composizione del *Tractato de l'architettura*, inserito nella seconda parte della stampa veneziana della *Divina proportione* nel 1509. Sul tema tornerà Francesco Paolo Di Teodoro, il 17 giugno 2017, nella giornata conclusiva del convegno internazionale *Pacioli 2017*, che a Firenze vedrà intervenire gli storici della matematica (Enrico Giusti e Elisabetta Ulivi), gli storici dell'arte (Francesca Chieli), lo storico della scienza (Argante Ciocci) e uno studioso (Esteban Hernández-Esteve) di storia della contabilità conosciuto e stimato non solo nei Paesi europei.

Suggestivi appaiono – infine – i possibili contatti tra la ricerca pacioliana e l'arte di Raffaello Sanzio. Ed è stato proprio uno storico della matematica a parlarne nel suo contributo agli atti del convegno sull'Umanesimo nell'Alta Valtiberina nel 2015 ¹⁷, Enrico Gamba, che a Urbino il 15 giugno 2017, insieme al gruppo degli amici del Centro Internazionale di Studi sulla Prospettiva (Viviana Bonazzoli, Massimo Ciambotti, Vico Montebelli) illustrerà i risultati di una ricerca pluriennale sull'attività poliedrica del Frate del Borgo ¹⁸. Lo studioso urbinato ha richiamato l'attenzione sulle possibili “intersezioni” Luca/Raffaello ed ha suggerito di osservare con cura l'affresco della *Scuola di Atene* (fig. 12), dipinto tra il 1509 e il 1510 nella Stanza della Segna-

¹⁶ Cfr. F. CHIELI, *Architettura e territorio. Appunti e riflessioni sul contributo di Luca Pacioli all'ars edificatoria del Rinascimento*, in *Luca Pacioli e i grandi artisti del Rinascimento italiano*, cit., pp. 71-90.

¹⁷ Cfr. E. GAMBA, *Luca Pacioli, Raffaello Sanzio e la Scuola di Atene: possibili “intersezioni”*, in *L'Umanesimo nell'Alta Valtiberina* cit.

¹⁸ Cfr. F. M. CESARONI - M. CIAMBOTTI - E. GAMBA - V. MONTEBELLI, *Le tre facce del poliedrico Luca Pacioli*, Urbino 2010.

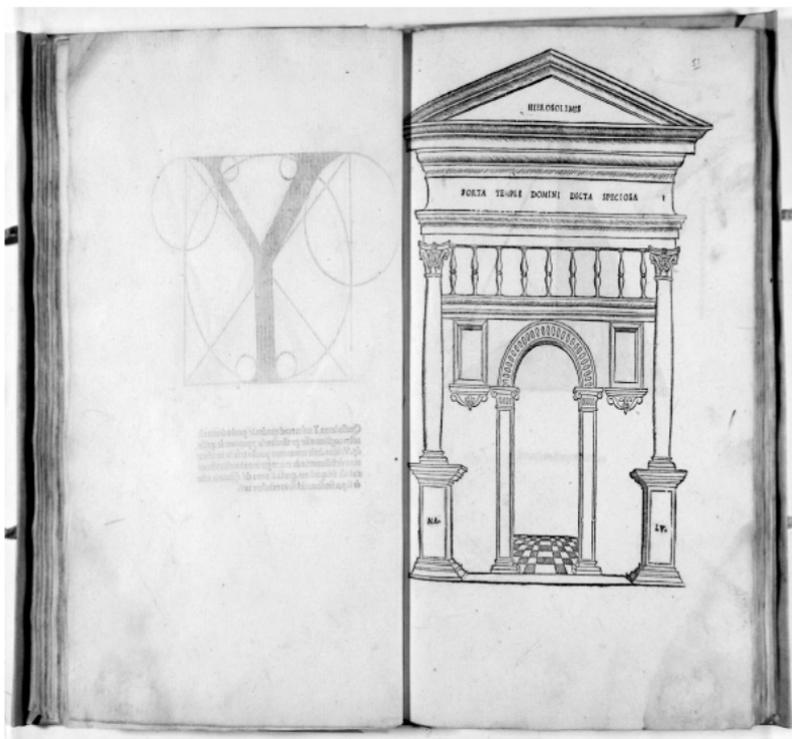


Fig. 7 Tractato de l'Architectura di Luca Pacioli: "La porta speciosa", in *De Divina Proportione* (Paganino de' Paganini, Venezia, 1509).

tura dei Palazzi Vaticani, e di soffermarsi sulle due lavagnette riportanti interessanti figure geometriche. La domanda naturale è la seguente: la lavagnetta pitagorica e la lavagnetta euclidea (figg. 13-14) hanno un rapporto con le dottrine illustrate nel volume Pacioli stampato a Venezia nel 1509, e quindi con il frate del Borgo?

6. All'inizio del Quattrocento, secondo le indicazioni del quadrivio, nelle corti e nelle università venivano studiate le nozioni base di aritmetica e la geometria degli *Elementi* di Euclide, utilizzando la lingua dei colti, ovvero il latino. Mercanti, artigiani e artisti avevano trovato uno strumento utile ai loro affari nella matematica applicata, che si apprendeva nelle scuole d'abaco, dove venivano trasmesse in lingua volgare le conoscenze degli antichi che, tramite la cultura araba, giungevano in Italia. La formazione matematica di Luca Pacioli iniziò a Sansepolcro: assieme a probabili scuole pubbliche, ebbe accesso alle scuole d'abaco, quando – come si è detto – orfano di padre, fu affidato alla famiglia dei Bofolci, “la quale – ricorda Pacioli – in pueritia me nutrì e alevò”. Le sue spiccate doti nel settore della matematica commerciale lo condussero a Venezia dove il contatto con il mondo artigianale e mercantile segnò profondamente la sua formazione. È noto che le opere del Frate del Borgo costituirono un punto di riferimento importante per matematici, tecnici, maestri d'abaco, architetti e artisti del Rinascimento. Per comprenderne il valore, esse vanno viste nel contesto culturale del Rinascimento italiano. Si può dire che egli non fu un matematico in senso stretto, esattamente come Girolamo Cardano e, più tardi, Johannes Kepler; egli stesso dichiara che per scienza matematica si deve intendere la somma di aritmetica, geometria, astrologia, musica, prospettiva, architettura e cosmografia. Fu affascinato e incuriosito dalla somma di questi saperi e dai

rimandi concettuali tra essi. Al tempo stesso, i fitti rapporti con la nascente classe mercantile nelle molte città italiane dove ebbe modo di insegnare e la frequentazione di famosi artisti del tempo, in primo luogo Leonardo da Vinci, che lo misero al corrente della pratica della pittura e dell'architettura, lo sollecitarono ad esplorare le relazioni tra matematica applicata e matematica teorica, significativamente espresse nella sua opera forse più importante: la *Summa de arithmetica, geometria, proportioni e propotionalita* (1494).

7. Nel corso del XVI secolo le citazioni della *Summa* nelle opere dei grandi matematici sono numerose e attestano l'importanza e la diffusione del libro. Girolamo Cardano riconobbe esplicitamente¹⁹ il suo debito verso Pacioli, meritevole di aver raccolto in un unico volume tutte le conoscenze matematiche che dal Fibonacci in poi erano state elaborate. La *Summa* appariva agli occhi di Cardano un'opera centrale della storia dell'algebra, paragonabile soltanto al *Liber abaci* di Leonardo Pisano. Con la *Summa* si confrontarono, infatti, sia Cardano, che nell'ultimo capitolo della *Practica Arithmeticae* (1539) individuò e corresse diciannove "errori di Frate Luca", sia Tartaglia²⁰ che ne approntò una correzione da dare alle stampe. Altri grandi matematici italiani del Cinquecento rilevarono l'importanza dell'opera: Francesco Maurolico la commentò in una sua lettera a Juan de Vega, e Raffaele Bombelli, da parte sua, considerò Pacioli il "primo che la luce diede a quella scientia"²¹ e riconobbe

¹⁹ G. CARDANO, *Opera omnia*, X, Ludguni, 1663, p. 118.

²⁰ Nonostante le ripetute invettive contro il frate di Sansepolcro, accusato di essersi indebitamente appropriato di meriti che spettavano di diritto a Leonardo Pisano, il matematico bresciano, che come Pacioli proveniva dalle scuole d'abaco, considerò il suo *General Trattato di Numeri et Misure* (Venezia 1556-1560) come una revisione più ordinata e sistematica del materiale contenuto nella *Summa*.

²¹ R. BOMBELLI, *L'Algebra*, Bologna 1572-1579, c. 2v.

nella *Summa* una delle fonti principali della sua *Algebra*. Federico Commandino, convinto della validità dell'opera di frate Luca ancora nella seconda metà del XVI secolo, era intenzionato a riscrivere la *Summa* in uno stile più confacente alle scienze matematiche. Senz'altro, quindi, questo libro costituiva un punto di riferimento imprescindibile non soltanto per i tecnici e i mercanti del Rinascimento, ma anche per i matematici teorici.

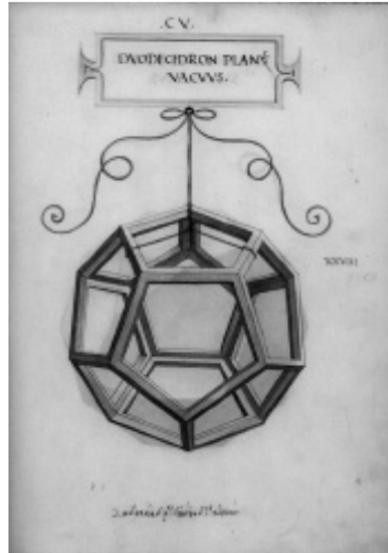
La *Summa* è composta di 308 carte in folio (fig. 15). Le prime otto non sono numerate e contengono, oltre all'epistola dedicatoria a Guidubaldo da Montefeltro, un sommario dell'opera e un dettagliato indice degli argomenti. Le carte numerate da 1 a 150 si occupano di aritmetica speculativa e pratica, operazioni con i radicali e algebra. Le ultime 158 carte contengono invece un trattato di matematica commerciale, una tariffa ed un trattato di geometria. L'opera appare come un monumentale compendio di materiali appartenenti a quattro distinti campi della matematica: aritmetica, algebra, "ragioneria" e geometria²². Lo scopo del libro è esplicitamente didattico. Nel motivarne il titolo Pacioli afferma di aver raccolto "molte varie e diverse parti necessarissime de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita", con un duplice fine: offrire al lettore una "summa" delle regole di matematica pratica conosciute; e illustrare "de ciascun

²² Per completare il quadro delle matematiche conosciute a quel tempo manca, oltre all'astronomia tolemaica, soltanto la trigonometria, nota sia a Georg Peurbach, autore del libro *Theoricæ novæ planetarum*, pubblicato nel 1472, sia soprattutto a Regiomontano che nel *De triangulis omnimodis*, risalente al 1464, presentava un'esposizione sistematica dei metodi per risolvere problemi relativi ai triangoli. Nella *Summa* compare una tavola delle corde tratta dalla *Practica geometriæ* di Fibonacci, ma non c'è una trattazione sistematica delle funzioni trigonometriche elementari (seno, coseno, tangente). L'opera di Regiomontano, del resto, rimase manoscritta fino alla prima edizione a stampa realizzata a Norimberga nel 1533. Se si escludono astronomia e trigonometria, quindi, la *Summa* si configura come un'enciclopedia delle conoscenze matematiche, pratiche e teoriche, del basso Medioevo e del primo Rinascimento.



Fig. 8 Angelo Tricca,
*Piero della Francesca detta le regole
 di geometria a Luca Pacioli*
 (olio su tela, XIX secolo,
 Museo Civico, Sansepolcro).

Fig. 9 Luca Pacioli:
*“El duodecèdron piano solido over
 vacuo ha 30 linee equali over lati,
 quali in lui causano 60 anguli
 superficiali, e ha 20 anguli solidi,
 e ha 12 basi over superficie che lo
 contengono. E queste sono tutte
 pentagone, de lati e anguli fra loro
 tutti equali, como appare in sua
 forma”* (Divina proportione,
 cap. 52, c. LVIr).



atto operativo suoi fondamenti secondo li antichi e ancor moderni philosophi”. L’autore sceglie di scrivere la *Summa* nella “materna e vernacula lingua”: “In modo che litterati e vulgari oltra l’utile ne haranno grandissimo piacere in essa exercitandose. E sienno dati a che arti, mistieri e facultà si voglia. Per l’ampia generalità che in essa si contene, da poterse a tutte cose applicare” (fig. 16). Quindi l’opera è destinata sia ai “litterati”, che conoscono il latino e coltivano le “facultà” liberali, sia ai “vulgari” che svolgono un’arte o un mestiere e usano soltanto il volgare. La necessità dell’uso della matematica sia nelle arti meccaniche che in quelle liberali, accomuna la cultura latina dei dotti e quella volgare dei tecnici. Qualunque sia l’arte, il mestiere o la “facultà” del lettore l’opera – dice Pacioli – risulterà comunque utile, dato che la matematica è tale “da poterse a tutte cose applicare”. L’opera in questo risulta davvero originale²³: da una parte costituisce il compendio più completo delle conoscenze elaborate dalla tradizione delle scuole d’abaco; dall’altra si pone sulla scia delle opere di autori come Euclide, Boezio, Leonardo Pisano, poiché inserisce elementi di matematica teorica e “speculativa” all’interno della tradizione abachistica. Il non facile incontro della cultura dei tecnici con quella dei dotti si rispecchia anche nella lingua usata da Pacioli²⁴, che appare come una sorta di ibrido tra un volgare toscano spurio, infarcito di vocaboli veneti, e un latino scolastico che si intreccia con la trama volgare in occasione delle citazioni dai classici. Se a queste caratteristiche linguistiche si aggiungono le difficoltà di

²³ Pacioli, nella presentazione della *Summa*, chiarisce a Guidubaldo da Montefeltro che la sua trattazione della “quantità” si riferisce a “quanto che alla pratica e operare sia mestiero”; ma – aggiunge subito dopo – “mescolandoci secondo li luoghi oportuni anchora la theorica, e causa de tale operare, si de numeri commo de geometria”.

²⁴ Sui temi linguistici cfr. E. MATTESINI, *Piero, Luca e il Borghese*, Sansepolcro 2017.

interpretazione connesse ai caratteri a stampa semigotici e alle numerose abbreviazioni e contrazioni delle parole, si comprendono²⁵ le critiche degli umanisti al linguaggio “rozzo e barbaro” di Pacioli.

8. “Grandamente eccitato” dalle “auree e melliflue parole” del duca di Milano, Ludovico Sforza, pronunciate in occasione dello “scientifico duello”, organizzato alla corte del Moro nel 1498 per elogiare coloro che si impegnavano a divulgare le scienze, Luca dal Borgo dice di essere tornato alla “plagia diserta” delle matematiche per comporre, dopo le fatiche della *Summa*, il “breve compendio e utilissimo tractato” sulla *divina proportione*. L’opera, pensata come “perfecto ornamento” della “dignissima biblioteca” sforzesca, si rivolge a “tutti gl’ingegni perspicaci e curiosi”, interessati alla filosofia, alla pittura, scultura, architettura, musica e alle altre discipline matematiche. Essa, infatti, oltre a risultare “utilissima” nelle applicazioni pratiche, presenta “varie questione de secretissima scientia” che invitano l’intelletto a percorrere i sentieri nascosti di una “suavissima, sottile e admirabile dottrina”, che è quella dei 13 “mirabili effetti” della “proportione havente el mezzo e doi extremi”. Il libro, infine, è degno di “non minore admiratione” per il fatto che contiene la trattazione dei cinque corpi regolari, le cui “forme ali viventi fin hora ascoste” acquistano per la prima volta una loro “visibile” configurazione spaziale proprio nelle tavole disegnate da Leonardo da Vinci. Dell’opera furono compilate tre copie manoscritte²⁶.

²⁵ E si capisce anche il progetto di Commandino di riscrivere la *Summa* con uno stile più comprensibile.

²⁶ Come si è rilevato, di due copie esistono copie anastatiche pubblicate: L. PACIOLI, *De Divina Proportione*. Riproduzione anastatica della copia conservata presso la Biblioteca Ambrosiana di Milano (manoscritto 170 sup.), Milano, (1982 e 2010); L. PACIOLI, *De Divina Proportione*. Riproduzione anastatica della copia

Il *Compendium* del 1498²⁷ può essere diviso in quattro²⁸ sezioni, abbastanza distinte per il contenuto, lo stile matematico e per i disegni geometrici che accompagnano il testo. L'opera, pertanto, si presenta come un coacervo di tradizioni e stili matematici diversi. Più che nel mondo dei matematici veri e propri

conservata presso la Bibliothèque Publique et Universitaire di Ginevra (ms. Langues Etrangères n. 210), Sansepolcro. La terza copia, offerta a Pietro Soderini, sembra andata perduta.

²⁷ Nel 1509 il *Compendium de divina proportione* fu stampato a Venezia, per i tipi di Paganino de' Paganini, come prima parte della *Divina proportione*.

²⁸ Nella prima, di contenuto filosofico e teologico, dopo aver celebrato l'utilità, la certezza e la necessità delle matematiche per tutte le arti e le scienze (cap. 2), Pacioli propone di inserire la prospettiva tra le discipline matematiche in virtù dell'uso che in essa si fa delle proporzioni (cap. 3). Ad un capitolo propedeutico in cui Luca dal Borgo appronta un dizionario essenziale termini matematici più ricorrenti (cap. 4) segue poi un discorso a metà strada tra matematica e metafisica inerente alla "divina proportione" e alle ragioni che legittimano l'uso dell'aggettivo *divina* (cap. 5-7). Nella seconda parte frate Luca volgarizza, mediante un linguaggio aritmetico ed algebrico, il libro XIII degli *Elementi* di Euclide, attribuendo prima 13 "mirabili effetti" alle proposizioni euclidee concernenti la divina proporzione (cap. 8-23), e mostrando poi come queste proprietà concorrano nella genesi dei 5 corpi regolari a partire dal diametro della sfera che li contiene (cap. 24-31). Questa seconda parte, nella quale il testo di Euclide viene aritmetizzato e colorato di tinte metafisiche, si conclude con un compendio dei libri spuri degli *Elementi*, il XIV e il XV, nei quali si mostrano le proporzioni tra volumi e superfici dei poliedri regolari (cap. 32-33) e le loro reciproche inscrizioni (cap. 34-47). Dell'opera di Euclide vengono riportate soltanto poche dimostrazioni di teoremi, accompagnate comunque da disegni di geometria ricalcati sull'edizione del Campano. Nella terza parte lo stile matematico cambia radicalmente (cap. 48-62). Pacioli si limita alla descrizione dei corpi "regolari e dipendenti", indicando il numero degli spigoli e degli angoli solidi che concorrono a formare ciascun poliedro. La traccia degli *Elementi* di Euclide scompare del tutto e il significato del testo si evince soprattutto dalle 60 tavole, disegnate da Leonardo, che raffigurano i poliedri sia nella forma "solida" sia in quella "vacua". È questa la sezione in cui si trovano anche i solidi cosiddetti "archimedei" e i poliedri stellati derivanti dai cinque corpi regolari. In questa parte dell'opera le dimostrazioni geometriche lasciano spazio alle considerazioni filosofiche e cosmologiche derivanti dal *Timeo* di Platone e ai metodi empirici che consentono ad uno scalpellino di ricavare i poliedri da sfere di pietra. La quarta parte del *Compendium de divina proportione* ha in comune con la terza il registro grafico (cap. 63-69). Le tavole relative ai "corpi oblonghi", cioè a piramidi, coni e parallelepipedi, si collocano, infatti, sulla scia di quelle riguardanti i poliedri. Ciò nondimeno Pacioli adotta per questi capitoli uno stile abachistico, anziché euclideo, e pertanto fornisce sempre per ogni tipo di solido la regola pratica per calcolare la superficie e il volume, esemplificandola talvolta con un caso numerico.

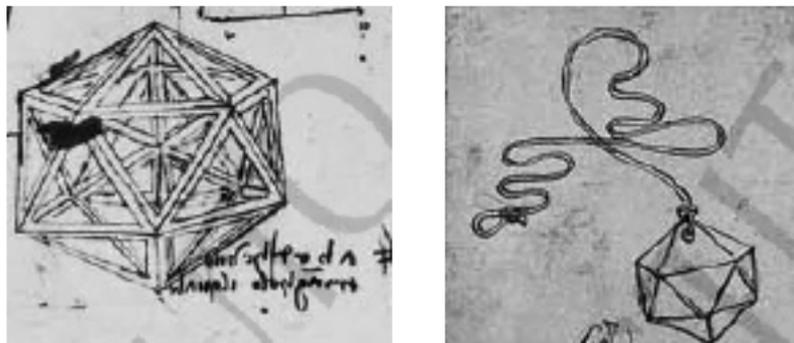


Fig. 10 *Leonardo da Vinci*: a sinistra *Icosaedro vacuo* (Codice Atlantico, f. 518r); a destra *Icosaedro appeso ad un laccio*, come nelle tavole del manoscritto della *Divina proportione di Pacioli* (Codice Atlantico, f. 930r).



Fig. 11 *Leonardo da Vinci*, *Cenacolo* (1495-97, Milano, Santa Maria delle Grazie).

essa sarà accolta e recepita dagli ambienti artistici e tecnici. Il suo successo nel Cinquecento è testimoniato da opere d'arte, come le tarsie geometriche di fra Giovanni da Verona, da trattati di teoria artistica come quelli di Albrecht Dürer e Daniele Barbaro, e da prodotti di alto artigianato ispirati ai poliedri, come accade fra gli orafi di Norimberga, fra i costruttori di orologi poliedrici e fra i tipografi. Nell'edizione a stampa (1509), il *Compendium de divina proportione* è seguito da uno scritto di Luca Pacioli sull'architettura. Il trattato può essere diviso in tre sezioni tematiche: la prima (cap. I-III), di tipo teorico, descrive “la humana proportione rispetto al suo corpo e membri, peroché dal corpo humano ogni misura con sue denominationi deriva e in esso tutte sorti de proportioni e proportionalità se ritrova”; la seconda (cap. IV-IX) illustra i diversi tipi di colonne in funzione delle proporzioni del corpo umano; la terza, infine (cap. X-XIX), descrive l'architrave, e riassume tutti gli elementi architettonici in una “porta qual fia a similitudine di quella del tempio de Salamone in Ierusalem”. Il filo conduttore del trattato è costituito dalle proporzioni, cioè dai rapporti che presiedono alla creazione del corpo umano da parte di Dio, e alla costruzione degli edifici per opera dell'uomo. La proporzione è, del resto, il nucleo intorno al quale viene organizzato anche il restante materiale che compone il volume del 1509. La seconda parte dell'edizione a stampa contiene la versione volgare del *Libellus de quinque corporibus regularibus* di Piero della Francesca. A prima vista questi piccoli trattati geometrici sembrerebbero completamente disomogenei rispetto alla prima parte dell'opera, ma il nesso tra proporzioni e poliedri regolari costituisce il nucleo fondamentale dell'immagine geometrica del mondo che viene delineata nelle opere di Pacioli. Conclude l'edizione a stampa del 1509 la costruzione delle lettere maiuscole dell'alfabeto mediante l'uso di riga e compasso.

9. Del *De Viribus Quantitatis* esiste una sola copia manoscritta contenuta nel codice n. 250 della Biblioteca Universitaria di Bologna. La lettera dedicatoria ²⁹, che apre l'opera, permette di stabilire che essa fu compilata fra il 1496 e il 1508, poiché si accenna alla edizione manoscritta del *De Divina Proportione*, ma non alla sua edizione a stampa.

Il *De Viribus* è diviso in tre parti:

- 1) delle forze numerali cioè de Arithmetica,
- 2) della virtu et forza lineale et geometria,
- 3) de documenti morali utilissimi.

La prima parte è quella più significativa per la storia della matematica, in quanto è una delle prime raccolte di giochi matematici proposti con il fine di divertire il lettore. D'altra parte che i maestri d'abaco proponessero nelle loro scuole tale genere di problemi per esercitare l'ingegno degli scolari è cosa risaputa e a tale consuetudine fa riferimento lo stesso Luca nel testo, nel quale mancano gli svolgimenti di alcuni degli 81 problemi enunciati. La presenza di quadrati magici permette, inoltre, di concludere che lo studio (anche solo per gioco) dei quadrati magici fosse antecedente a quello raffigurato da Albert Dürer nel 1514 nella sua incisione *Melancholia*, che per molto tempo fu indicato come il primo quadrato magico della storia. Quasi tutti i problemi hanno un fondamento nella teoria dei numeri: dall'1 al 23 ricorrono ad identità numeriche, dal 26 al 52 e dal 62 al 66 riguardano nuove identità e/o proprietà dei numeri interi. Sulle combinazioni si fondano i giochi dal 53 al 61, mentre trattano di progressioni quelli dal 76 all'80 e il 73. Il problema 68 ricorre alle proprietà dell'ottagono stellato.

²⁹ In essa si forniscono indicazioni circa la traduzione in lingua volgare degli *Elementi* di Euclide da parte dello stesso frate di Sansepolcro e circa il trattato sul gioco degli scacchi che faceva parte di un più ampio lavoro intitolato *de ludis ovvero schifanoia* e dedicato a Francesco II Gonzaga e Isabella D'Este.

La seconda parte comprende 80 questioni geometriche, seguite da 54 giochi di carattere fisico-matematico. La geometria si fonda sulle note proprietà della geometria euclidea. In particolare sono presenti (nei documenti 23, 25, 26, 28) le costruzioni con riga e compasso dei poligoni regolari di 9, 11, 13, 17 lati.

La terza parte dell'opera è una variegata raccolta di proverbi in latino e volgare, documenti e proverbi mercanteschi, giochi di vario genere, questioni relative alle parentele e anche degli indovinelli (*problemata vulgari a sollicitar ingenio et sollazzo*).

A chiusura della raccolta dovrebbero esserci due problemi:

De far pesi ch' pesi fin 40;

De 5 tazze diversi/pesi ogni di pagan loste;

dei quali non c'è soluzione perché in nota si dice *iste due ultime habes in libro nostro*, facendo riferimento alla *Summa*³⁰.

Assieme al *De viribus*, si riferiscono ai giochi due manoscritti autografi: il Codice Vaticano Latino 3129 e il *De ludis in genere, cum illicitorum reprobatione, specialmente di quelli de scacchi in tutti modi* (Schifanoia). Diversi studiosi³¹, sottolineano l'attualità del lavoro di Luca Pacioli, alla luce della moderna didattica, che ha evidenziato come "il gioco può essere elemento di notevole importanza per l'apprendimento, in particolare per la formazione di un linguaggio (anche matematico) dotato di significato, e quindi per l'accostamento ai concetti che sono espressi linguisticamente."

10. Pacioli maestro di contabilità è noto e studiato in tutto

³⁰ A. Agostini, *Il "De viribus quantitatis" di Luca Pacioli*, in «Periodico di Matematiche», s. 4, 4, 1924.

³¹ F. HONSEL - G. T. BAGNI, *Curiosità e divertimenti con i numeri*, Sansepolcro 2009; un altro testo molto interessante sui giochi presenti nei manoscritti di Luca è il saggio di D. BRESSANINI - S. TONIATO, *I giochi matematici di Fra' Luca Pacioli*, Bari 2011, che prevalentemente però attinge a giochi e problemi presenti nel manoscritto dedicato agli studenti di Perugia.



Fig. 12 Raffaello Sanzio, *Scuola di Atene* (1509-151, Roma, Stanza della Segnatura, Palazzi vaticani).

Fig. 13 -14 Raffaello Sanzio, *Scuola di Atene*, particolare della lavagnetta pitagorica e della lavagnetta euclidea.



il mondo ³². Ma, per le ragioni finora esposte, il suo prestigio internazionale sconfinava sul terreno delle matematiche, delle arti e della filosofia della natura, come ha confermato la scelta de «Il Sole-24 Ore» che, nel convocare a Roma (15 novembre 2011) per la prima volta gli stati generali della cultura, ha scelto come logo il ritratto conservato nel Museo di Capodimonte (cfr. fig. 1), nella consapevolezza che le opere del francescano del Borgo ³³ sintetizzano il senso della ricerca culturale dal Rinascimento ai nostri giorni.

Frate Luca è comunemente ricordato come maestro della partita doppia: *Distinctio IX, Tractatus XI (Summa)*. Carlo Antinori ed Esteban Hernández-Esteve hanno chiarito ³⁴ fin dal 1994 che “la partita doppia era già conosciuta ed applicata in diverse regioni italiane nella tenuta dei registri contabili di aziende di ogni tipo (mercantili, artigiane, comunali, conventuali ecc.) da almeno 150 anni”. Pacioli è il divulgatore – a livello europeo ed extra – di quel metodo che da giovane aveva imparato a Venezia. Ma è soprattutto l’autore che ha dato per la prima volta sistemazione teorica alla tenuta delle scritture contabili,

³² Il programma del convegno internazionale del giugno 2017 prevede interventi di grande rilievo sul tema della contabilità e della ragioneria (Giuseppe Catturi - *La “partita doppia”: un contributo alla cultura europea della modernità*; Alan Sangster - *Luca Pacioli: myths, misunderstandings, false facts and their destructive impact on understanding, meaning, and motivation [Luca Pacioli: miti, incomprensioni, fatti falsi e il loro impatto distruttivo sulla comprensione, il significato e la motivazione]*; Gianfranco Cavazzoni/Libero Mario Mari - *Luca Pacioli Maestro di Ragioneria*; Cristian Cavazzoni/Fabio Santini, *Le “tre cose maxime”, senza tempo, di Luca Pacioli, per il governo dell’azienda*), oltre alla relazione di James Banker su *La formazione di Luca Pacioli: da Sansepolcro al tempo della Summa*, all’intervento di Pier Daniele Napolitani su *L’Archimede a Borgo San Sepolcro* e alla relazione di Enzo Mattesini sulla lingua pacioliiana e, in particolare, sull’evoluzione linguistica “*Dal Tractatus alla Summa*” e sulle “*convergenze e divergenze nel volgare di Luca Pacioli*”.

³³ *La Summa de mathematica, geometria, proportioni et propotionalita* (1494) e il *De Divina Proportione* (1509).

³⁴ C. ANTINORI - E. HERNANDEZ-ESTEVE, *500 anni di Partita Doppia e letteratura contabile. 1494-1994*, Roma 1994.

fissando principi e regole che hanno accompagnato per cinque secoli lo sviluppo della “mercatura” mondiale e segnalato per i successivi secoli della modernità i “valori” dell’ “ordine”, della “chiarezza”, della “credibilità”, dell’ “eticità”, della “finalità sociale” di ogni impresa economica, che non deve in ogni caso oltrepassare i confini del “licito guadagno”³⁵.

Il francescano del Borgo dedica una particolare attenzione alla formazione del mercante. Attinge alla trattatistica medievale, al *Liber abaci* (1202) di Leonardo Fibonacci (fig. 17) e ai tanti manuali d’abaco diffusi nei comuni italiani, allo scopo di mettere a disposizione dei mercanti, delle botteghe e delle scuole una sintesi ordinata e rigorosa (scientifica) della disciplina concernente la registrazione contabile. È per tale ragione che Luca Pacioli viene considerato il “padre” della Ragioneria e viene indicato come il Maestro della Contabilità: i suoi libri sono stati letti, seguiti ed imitati a Venezia e ad Anversa, a Milano, a Londra e a Firenze nei secoli della modernità³⁶.

11. Nell’epoca dei grandi mutamenti climatici è sempre più diffusa la consapevolezza che le ragioni dei disastri ambientali vadano ricercate nei comportamenti degli esseri umani, nell’organizzazione dell’economia e della società, nell’idea che abbiamo del mondo e della natura, nei modelli produttivi,

³⁵ Cfr. G. CAVAZZONI, *Alla ricerca dei prodromi del bilancio nell’opera di Luca Pacioli*, in AA.VV., *Riferimenti storici e processi evolutivi dell’informativa di bilancio tra dottrina e prassi*, in *Atti dell’VIII Convegno Nazionale della Società Italiana di Ragioneria* (Atri-Silvi 2006), Roma, 2006; M. CIAMBOTTI, *Finalità e funzioni della contabilità in partita doppia nell’opera di Luca Pacioli*, in CESARONI - CIAMBOTTI - GAMBA - MONTEBELLI, *Le tre facce cit.*, pp. 10-23; F. M. CESARONI, *La contabilità in partita doppia nella Summa di Luca Pacioli*, ivi, pp. 26-55.

³⁶ Su questi temi cfr.: Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento, a cura di E. Giusti, Città di Castello 1998; *Pacioli 500 anni dopo*, a cura di E. Giusti - M. Martelli, Selci-Lama 2010; *Before and after Luca Pacioli*, a cura di E. Hernández-Esteve - M. Martelli, Selci-Lama 2011; A. CIOCCI, *Pacioli: letture e interpretazioni*, Selci-Lama, 2012.

Fig. 15 Summa di Luca Pacioli, *Distinctio tertia, Capitulum quintum.*

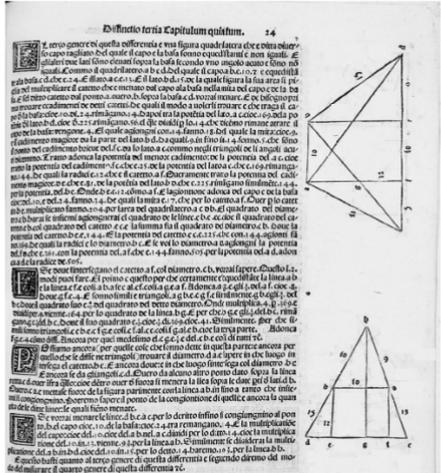


Fig. 16 Summa di Luca Pacioli, *Distinctio octava.*



nei paradigmi che guidano la visione del mondo, della vita e dell'universo ³⁷: sotto accusa la concezione meccanicistica del mondo, il dominio e lo sfruttamento senza fine del Pianeta, l'organizzazione dell'agricoltura. Sappiamo, però, che una diversa concezione dell'universo e della vita, rispettosa di ogni singolo essere umano e delle interazioni tra le varie componenti della Natura, può costituire l'inizio di una svolta non più rinviabile. La filosofia della natura, la fisica e la chimica ci interrogano sul passato, sulle vicende della scienza e delle sue applicazioni e ci invitano a rileggere con spirito critico opere e testi incentrati sull'osservazione e sull'analisi dei fenomeni.

Nel secolo XV e in gran parte del XVI si registra in Italia quel fenomeno culturale che va sotto il nome di Rinascimento: un'epoca che ha vissuto – soprattutto in Italia – non solo una profonda riorganizzazione istituzionale (i principati, le corti, i centri patrizi), bensì l'affermazione del lavoro intellettuale e l'emergere di grandi personalità nel mondo della produzione culturale (letteratura, arti, filosofia, scienze). La nuova figura dell'intellettuale rinascimentale trova nel frate del Borgo uno degli antesignani. In quegli anni la riflessione filosofica si incontra con l'umanesimo matematico, la cultura della sperimentazione percorre strade inedite, e si affermano, anche nella Valtiberina (v. gli umanisti tifernati: il medico Gregorio e il giurista Lilio) ³⁸, intellettuali di prestigio in ambito filologico-archeologico. Il fenomeno della compenetrazione dei saperi, insieme all'inter-scambio filosofia-matematica, registra studi e ricerche, pubblicazioni e magisteri di alto profilo. Le matematiche si incontrano

³⁷ Cfr. su questi temi: F. CAPRA - P. L. LUISI, *Vita e natura. Una visione sistemica*, Sansepolcro 2014; V. SHIVA, *Chi nutrirà il mondo? Manifesto del cibo nel Terzo Millennio*, Milano 2015.

³⁸ Cfr. *Gregorio e Lilio. Due tifernati protagonisti dell'Umanesimo italiano*, a cura di A. Czortek – M. Martelli - J. Butcher, Umbertide 2017.

con gli esercizi delle arti e si misurano con temi di natura filosofica: l'armonia, la proporzione, la sezione aurea.

Luca Pacioli, come documentano i suoi scritti e la geografia del suo esercizio intellettuale (i luoghi più rappresentativi dell'Umanesimo italiano), è un testimone fondamentale. La sua opera di teorico e di maestro di scuola e di università, il suo "programma di matematizzazione delle arti e delle scienze" e di "diffusione della cultura matematica tra i «letterati» e i «pratici vulgari» suoi contemporanei"³⁹, la sua ambizione di disegnare i confini entro i quali esercitare la ricerca artistica e l'interrogazione sull'essere raggiungono nella riflessione sulla "divina proporzione" l'apice teorico. Pacioli ci illustra un'originale concezione dell'universo e dell'esistenza umana, avanza un'interessante idea di sistema in cui organizzare i "numeri" delle matematiche e delle esistenze pratiche, delle arti e delle scienze. Perché la Natura, indagata dal filosofo e dallo scienziato, è anche lo scenario dell'opera dell'artista, che cerca di individuare e di riprodurre il senso profondo delle cose e dell'esistenza, la bellezza dell'armonia e della proporzione. Nella ricerca umanistica si incontrano lo scienziato, il filosofo, il matematico e l'artista, come suggerisce l'esempio sublime di Piero della Francesca⁴⁰ (fig. 18).

³⁹ Cfr. A. Ciocci, *Luca Pacioli e la ma tematizzazione del sapere nel Rinascimento*, Bari, 2003, p. 13.

⁴⁰ Alla filosofia pacioliiana sarà dedicato uno spazio particolare nelle quattro giornate del convegno internazionale del 2017. Interverranno Paolo Capitanucci (*Luca Pacioli, un francescano scienziato*), Antonio Pieretti (*La filosofia di Luca Pacioli*), Argante Ciocci (*Pacioli filosofo della natura*).

Fig. 17 Liber abaci di *Leonardo Fibonacci* (BNF, Conv. Suppr. C. I. 2616).



Fig. 18 Piero della Francesca, *Flagellazione di Cristo* (1460 c., Urbino, Galleria Nazionale delle Marche).

